



## CORRESPONDE A LA RESOLUCIÓN N° 361/2021

### ANEXO I

#### **Programa Curso optativo de Posgrado “Conjuntos ordenados, Retículos y Álgebras de Boole”**

**Docente responsable: Dr. Luciano J. GONZÁLEZ**

#### **Fundamentación:**

Podemos decir de alguna forma que la teoría de retículos comenzó alrededor de 1890 cuando Richard Dedekind se planteó responder a la siguiente pregunta: Dados tres subgrupos  $A$ ,  $B$  y  $C$  de un grupo abeliano  $G$ , ¿cuántos subgrupos distintos se pueden construir a partir de estos tres subgrupos y con las operaciones de intersección y suma de subgrupos, como por ejemplo:  $A + B$ ,  $A \cap B$ ,  $A + (C \cap B)$ ,  $(A + B) \cap (A + C)$ , etc.? En términos de teoría de retículos, este es el número de elementos del retículo modular libre sobre tres generadores. A partir de 1930 la teoría de retículos creció de forma exponencial gracias al trabajo de notables matemáticos como Garret Birkhoff, Alfred Tarski, Johnny von Neumann, etc.

La teoría de conjuntos ordenados y reticulados es un área de la matemática bien establecida, con su interés intrínseco y sus aplicaciones propias, además de su conexión con otras áreas fundamentales de la matemática: teoría de grupos, topología, grafos, lógica, etc. Esto se puede ver reflejado en la vasta bibliografía publicada sobre el tema y la gran cantidad de publicaciones científicas publicadas en revistas de alto impacto. También cabe mencionar que la teoría de orden y retículos aparece en otras disciplinas como en Física y Ciencia de la Computación.

#### **Objetivos**

El objetivo general del curso es presentar no sólo las nociones básicas de la teoría de conjuntos ordenados y reticulados sino también aquellos resultados que son fundamentales en dicha teoría. Todos los conceptos introducidos en el curso serán ejemplificados a partir de una gran cantidad de ejemplos, lo que permitirá una mejor comprensión de dichas nociones y adquirir una destreza fluida en el manejo de situaciones concretas en el contexto de conjuntos ordenados y reticulados.



## **CORRESPONDE AL ANEXO I DE LA RESOLUCIÓN N° 361/2021**

Este curso está orientado a aquellas/os estudiantes que están interesadas/os en estudiar un área de la matemática que utiliza fuertemente la teoría de conjuntos ordenados y reticulados, por ejemplo: lógica, lógica algebraica, álgebra universal, etc. Se pretende dar bases sólidas sobre los aspectos fundamentales de dicha teoría, que le brinde al estudiante las herramientas adecuadas para el manejo de conjuntos ordenados y retículos en diversos contextos.

### **Contenidos del curso**

#### **Unidad 1: Conjuntos ordenados**

Definición. Ejemplos. Diagramas de Hasse. Conjuntos crecientes y decrecientes. Elementos distinguidos: primer y último elemento, cotas superiores e inferiores, elementos maximales y minimales, supremos e ínfimos. Funciones entre conjuntos ordenados.

#### **Unidad 2: Retículos**

Retículos como conjuntos ordenados. Retículos como estructuras algebraicas. Ejemplos. Subretículos. Productos. Homomorfismos. Ideales y filtros. Retículos completos. Elementos irreducibles.

#### **Unidad 3: Retículos distributivos**

Definición. Ejemplos. Caracterización por medio de los retículos  $M_3$  y  $N_5$ . Retículos booleanos. Álgebras de Boole.

#### **Unidad 4: Congruencias**

Definición. Ejemplos. Congruencias y diagramas. El retículo de congruencias.

#### **Unidad 5: Representación**

Representación para álgebras de Boole finitas. Representación de retículos distributivos finitos. Teorema de representación de Stone para álgebras de Boole. Teorema de representación de Priestley para retículos distributivos.

### **Modalidad de dictado**

La modalidad de dictado será presencial, con un cupo de 20 participantes.



## CORRESPONDE AL ANEXO I DE LA RESOLUCIÓN N° 361/2021

### Metodología de trabajo

El curso está organizado para dictarse en 8 semanas (dos meses aproximadamente). Cada clase es de tipo teórico/práctico. En las clases se presentarán los temas del programa analítico, se desarrollarán ejemplos y se discutirán los ejercicios propuestos a ser resueltos por las/os estudiantes

### Carga horaria y asistencia:

- Clases teórico/prácticas durante 8 semanas: Encuentros semanales con una duración total de 7 h cada semana.
- Resolución y redacción de los ejercicios propuestos: 20 h (no presenciales).
- Instancia de evaluación: 4 h.
- Carga horaria total: 80 h.

**Asistencia:** Es requisito que la/el estudiante asista al menos al 75% de las clases semanales.

### Bibliografía

#### Bibliografía principal

- B. A. Davey and H. A. Priestley. *Introduction to lattices and order*. Cambridge University Press, New York. Segunda edición, 2002.

#### Bibliografía adicional

- R. Balbes and P. Dwinger. *Distributive lattices*. University of Missouri Press, Columbia. 1974.
- T. S. Blyth. *Lattices and ordered algebraic structures*. Springer. 2005.
- G. Gratzer. *Lattice theory, foundation*. Birkhäuser. 2011.
- S. Roman. *Lattices and ordered sets*. Springer. 2008.

### Método de evaluación y calificación

Consistirá en una evaluación continua y un examen final. Cada semana se le entregará a los/as estudiantes una serie de ejercicios que deberán resolver y entregar a la semana siguiente.



## **CORRESPONDE AL ANEXO I DE LA RESOLUCIÓN N° 361/2021**

Al final del curso los/as estudiantes deberán rendir un examen final que consistirá en una exposición oral o escrita de un tema seleccionado del programa analítico, el cual será acordado entre el/la estudiante y el profesor a cargo.

### **Arancel**

Son los establecidos por Resolución N°87/2021 de la Decana de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam.

- Estudiantes inscriptas/os en la Maestría en Matemática: No arancelado.
- Estudiantes argentinas/os no inscriptas/os en la Maestría en Matemática: \$ 4.500.
- Estudiantes extranjeras/os residentes en Argentina: \$ 6.700.
- Estudiantes extranjeras/os no residentes en Argentina: USD 300.

### **Destinatarias/os**

Estudiantes inscriptos en la Maestría en Matemática FCEyN-UNLPam, y egresadas/os de carreras universitarias en el área de matemática y afines.

### **Tipo de certificación**

Se entregará certificado de aprobación o asistencia según corresponda.

### **Fecha probable de inicio y finalización**

El curso tendrá como fecha de inicio el 18/10/21 y como fecha de finalización el 10/12/21.

### **Presupuesto**

El dinero recaudado será destinado a cubrir todos los gastos ocasionados para el dictado del curso.

### **Cronograma de actividades**

- **Semana 1:** Desarrollo de la Unidad 1.
- **Semana 2:** Desarrollo de la Unidad 1.
- **Semana 3:** Desarrollo de la Unidad 2.
- **Semana 4:** Desarrollo de la Unidad 2.
- **Semana 5:** Desarrollo de la Unidad 3.
- **Semana 6:** Desarrollo de la Unidad 4.
- **Semana 7:** Desarrollo de la Unidad 5.



## **CORRESPONDE AL ANEXO I DE LA RESOLUCIÓN N° 361/2021**

- **Semana 8:** Desarrollo de la Unidad 5.

La fecha del examen final será acordada entre las/os estudiantes y el docente responsable.