



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**

Corresponde al Anexo I de la Resolución N° 160/04

## **ANEXO I**

**DEPARTAMENTO DE : FISICA**

**ASIGNATURA: MATEMÁTICA AVANZADA I**

**CARRERA - PLAN : LICENCIATURA EN FISICA (Plan 1998)**

**CURSO: Tercer año**

**RÉGIMEN: CUATRIMESTRAL**

**CARGA HORARIA: 8 HS. SEMANALES**

- Teóricos: 4 HS.
- Prácticos: 4 HS.

**CICLO LECTIVO: 2000, 2001 y 2002**

**EQUIPO DOCENTE DE LA CÁTEDRA :**

- PROFESOR TITULAR (D/S) : Esp. Ernesto M.Farías de la Torre

### **OBJETIVOS Y/O ALCANCES DE LA ASIGNATURA**

Esta asignatura correspondiente al currículo de grado de la carrera de Licenciatura en Física y tiene por objetivo que el alumno alcance el dominio conceptual y procedimental sobre tres tópicos de la física matemática que son de importancia fundamental para la formación del futuro egresado :Análisis Tensorial (cartesiano y general) ;Análisis de Variable Compleja y Teoría de Grupos (finito y continuos o de Lie).

Se incorpora, a través de la actividad curricular una muy breve introducción a especialidades de la física que tienen como herramienta fundamental algunos de los tópicos abordados



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**

Corresponde al Anexo II de la Resolución N° 160/04

## **ANEXO II**

**ASIGNATURA:** MATEMÁTICA AVANZADA I

**CICLO LECTIVO:** 2000, 2001 y 2002

### **PROGRAMA ANALÍTICO**

#### **UNIDAD I : TENSORES CARTESIANOS**

Tensores cartesianos del espacio ordinario y de un espacio n-dimensional. Generación de tensores cartesianos a partir de vectores. Operaciones con tensores cartesianos :adición, sustracción, multiplicación y contracción de índices. Derivación de tensores. Criterio para reconocer el carácter tensorial de una cantidad física. Ejemplos de tensores: el tensor de Kronecker; el tensor gradiente de campo; la traza etc.. Invariantes.

Pseudotensores o densidades tensoriales: el tensor de Levi Civita. tensores simétricos y antisimétricos. Expresión de un tensor como suma de un tensor simétrico y otro antisimétrico.

#### **UNIDAD II : APLICACIONES DE LOS TENSORES CARTESIANOS**

Aplicación a la teoría de la elasticidad :tensor de tensiones, tensor de deformación y tensor elástico. Ley de Hooke generalizada. Aplicación a la dinámica del cuerpo rígido: tensor de inercia. Expresión de las cantidades dinámicas en función del tensor de inercia. Aplicación a los cuerpos deformables: Tensor de deformación de velocidades. Vorticidad. Aplicación a la Relatividad Especial. El espacio tetradimensional de Lorentz Minkowski. Aplicación a la Electrodinámica Clásica: formulación covariante. Ecuaciones de Maxwell.

#### **UNIDAD III : TENSORES EN GENERAL**

Coordenadas curvilíneas. Vectores covariantes y contravariantes. Tensores en general. Ejemplos. Operaciones con tensores. Contracción de índices.. Multiplicación de tensores. Criterio para reconocer el carácter tensorial. Derivación de tensores. Pseudotensores. Derivación covariante de vectores y de tensores en general. Derivación covariante de pseudotensores.-

#### **UNIDAD IV : APLICACIONES DE LOS TENSORES EN GENERAL**

Espacios de conexión afin. Paralelismo entre vectores. El tensor de curvatura-propiedades .Espacios de conexión afin simétrica. identidades de Bianchi.

Espacios de Riemann. El tensor métrico o tensor fundamental. Ascensi y descensi de índices. Componentes covariantes y contravariantes de un vector. Sistemas de coordenadas ortogonales. Los símbolos de Christoffeld. La conexión de Levi-Civita. Relaciones entre los símbolos de Christoffeld.-



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**

Corresponde al Anexo II de la Resolución N° 160/04

Curvas extremales- Líneas geodésicas. Operadores diferenciales. Componentes físicas de un vector. El tensor de curvatura en un espacio de Riemann. Tensores deducidos del de curvatura por contracción. Laplaciano de un vector

La Relatividad General. La solución de Schwarzschild. Geodésicas del espacio de Schwarzschild.

### **UNIDAD V : VARIABLE COMPLEJA**

Revisión sobre las propiedades del campo de números complejos. Operaciones fundamentales. Potenciación y radicación. Representación. Variable compleja definición y ejemplos de funciones de variable compleja. Límite, continuidad y derivada de una función de variable compleja.

Función analítica. Propiedades Condiciones de Cauchy-Riemann. Ejemplos de funciones de variable compleja: La función exponencial. Las funciones trigonométricas e hiperbólicas. La función logaritmo. Funciones multiformes. Representación en el plano de Argand-Gauss usando las cortaduras de Dedekind.-

### **UNIDAD VI : INTEGRALES EN EL CAMPO COMPLEJO**

Integrales de línea. Lema de Green. Integral de una función de variable compleja. Ejercicios. Fórmula integral de Cauchy. Derivadas de la función analítica. Integral de una serie de funciones complejas. Serie de Taylor. Serie de Laurent. Puntos singulares. Teorema del Residuo. Ejercicios de aplicación.. Resolución de integrales definidas en el campo real mediante integrales en el campo de los complejos

### **UNIDAD VII : LA TRANSFORMACIÓN CONFORME**

Transformaciones conformes. Definición. Puntos excepcionales. Funciones armónicas. La transformación bilineal. Algunos ejemplos de transformaciones conformes elementales. Transformaciones conformes y funciones armónicas.- Transformación de Schwartz-Christoffel. Aplicación a la resolución de problemas de contorno en electrostática.-

### **UNIDAD VIII : INTRODUCCIÓN A LA TEORIA DE GRUPOS**

Conceptos introductorios. Revisión sobre las nociones de campo, espacio vectorial y álgebra. Bases de un grupo finito. El grupo de permutaciones. El grupo de permutaciones del tetraedro. Aplicaciones. Realizaciones y representaciones. Homomorfismo e isomorfismo de grupos. El campo de los cuaterniones. Ejemplos. Ejercicios.-



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**

Corresponde al Anexo II de la Resolución N° 160/04

### **UNIDAD IX : LOS GRUPOS CLÁSICOS**

Los grupos lineales. Operaciones de suma directa y producto cartesiano. La reducción simétrica en un espacio vectorial. Subespacios simétricos. Métrica, distintos tipos. Propiedades de los grupos clásicos. Dimensión. Isomorfismo y Homomorfismo entre grupos clásicos.

### **UNIDAD X : LOS GRUPOS CONTINUOS**

Introducción a los grupos continuos o grupos de Lie. Variedades. Cambio de coordenadas. Aplicaciones entre variedades. La condición de rango máximo. Subvariedades. Subvariedades regulares. Subvariedades implícitas. Curvas y conectividad. Grupos continuos o grupos de Lie. Subgrupos de Lie. Grupo local de Lie. Grupo local de transformaciones. Orbitas. Ejemplos. Problemas de aplicación.-



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**

Corresponde al Anexo III de la Resolución N° 160/04

### **ANEXO III**

**ASIGNATURA:** MATEMÁTICA AVANZADA I

**CICLO LECTIVO:** 2000, 2001 y 2002

### **BIBLIOGRAFÍA**

- Santalo L “ Vectores y Tensores” EUDEBA ( Edición 1969 y post.)
- Churchill “ Variable Compleja” (Edición 1985 y post.)
- Olver J.P “Applications of Lie Groups to Differential Equations” Springer (1993)



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**

Corresponde al Anexo IV de la Resolución N° 160/04

## **ANEXO IV**

**ASIGNATURA:** MATEMÁTICA AVANZADA I

**CICLO LECTIVO:** 2000, 2001 y 2002

### **PROGRAMA DE TRABAJOS PRACTICOS**

#### **UNIDAD I : TENSORES CARTESIANOS**

Problemas de aplicación sobre las operaciones sobre tensores y la generación de tensores por multiplicación tensorial; derivación; contracción. Descubrimiento de cantidades invariantes. Utilización del tensor de Levi Civita. Diagonalización de tensores.

#### **UNIDAD II : APLICACIONES DE LOS TENSORES CARTESIANOS**

Problemas de aplicación que involucran el uso de las magnitudes tensoriales empleadas en distintas especialidades de la física y con un carácter introductorio a las mismas.

Así se plantean problemas en las áreas de : elasticidad; dinámica del rígido; relatividad especial y electrodinámica clásica.

#### **UNIDAD III : TENSORES EN GENERAL**

El trabajo práctico de esta unidad se centra en que el alumno alcance autonomía para generar magnitudes tensoriales a partir de otras dadas (por multiplicación y contracción). por un lado y ,por otra parte, la comprensión y cálculo de derivadas covariantes de tensores de cualquier orden.

#### **UNIDAD IV : APLICACIONES DE LOS TENSORES EN GENERAL**

La actividad práctica se focaliza en que el alumno alcance solvencia en el manejo de objetos tales como los tensores de torsión y de curvatura y sus propiedades cuando éstas magnitudes son derivadas en forma covariante.

Además el cálculo concreto de los coeficientes de la conexión afín para un espacio métrico y los símbolos de Christoffeld para coordenadas esféricas (espacio 3D).

Finalmente, se introduce al alumno en los principios de la Relatividad General.

#### **UNIDAD V : VARIABLE COMPLEJA**

Los objetivos de este práctico se circunscriben a que el alumno logre desarrollar la comprensión y las destrezas en el manejo de las funciones de variable compleja y sus propiedades referidas a la continuidad y derivabilidad. Su representación en planos de Argand-Gauss aún en el caso de funciones multivaluadas (ejemplo :  $W(z) = z^2$  ).



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**

Corresponde al Anexo IV de la Resolución N° 160/04

### **UNIDAD VI : INTEGRALES EN EL CAMPO COMPLEJO**

Los objetivos prácticos de esta unidad se refieren a que el alumno alcance solvencia para la resolución de integrales de línea en el campo complejo aplicando los teoremas demostrados al respecto. En particular lo referente al teorema de los residuos que permite calcular integrales definidas y de variable real mediante el uso del concepto de residuo. En este aspecto, se tratará de resolver problemas de aplicación física.-

### **UNIDAD VII : TRANSFORMACIÓN CONFORME**

En este capítulo se centrará la actividad en aplicar el método de la transformación conforme a la resolución de problemas de contorno en física (por ejemplo, en electrostática).

### **UNIDAD VIII : INTRODUCCION A LA TEORIA DE GRUPOS**

Se trabajará investigando las propiedades de grupos tales como el de permutaciones de “n” elementos y el de rotaciones del tetraedro. Se encontrarán homomorfismos e isomorfismos de grupos.

### **UNIDAD IX : LOS GRUPOS CLÁSICOS**

La actividad práctica de esta unidad se focaliza en la comprobación y afianzamiento a través de ejercicios de los conceptos y propiedades de estos grupos.

### **UNIDAD X : LOS GRUPOS CONTINUOS**

Nos centramos en la aplicación de los conceptos de Variedades diferenciables a casos concretos tales como la circunferencia ( $S^1$ ), el toro ( $S^1 \times S^1$ ), etc.. El cumplimiento de las propiedades que la caracterizan (Hausdorff, por ejemplo). De igual manera en lo concerniente a subvariedades y subvariedades regulares.

Finalmente, se trabajará sobre el afianzamiento de los conceptos de grupos de Lie, grupo de Lie local y grupo de transformaciones, mediante la resolución de ejercicios concretos.



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**

Corresponde al Anexo V de la Resolución N° 160/04

## **ANEXO V**

**ASIGNATURA:** MATEMÁTICA AVANZADA I

**CICLO LECTIVO:** 2000, 2001 y 2002

### **ACTIVIDADES ESPECIALES QUE SE PREVEN**

Se propone la realización de seminarios introductorios sobre especialidades de la Física que implican la utilización de las magnitudes tensoriales. La elección del tema es realizada por parte del alumno con algún asesoramiento del profesor encargado de la asignatura y sobre todo en cuanto a la factibilidad y complejidad del tema abordado. Eventualmente esta actividad puede, si su grado de originalidad así lo permite, desembocar en un Trabajo para ser presentado en un Congreso de Enseñanza o de la especialidad.



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**

Corresponde al Anexo VI de la Resolución N° 160/04

## **ANEXO VI**

**ASIGNATURA:** MATEMÁTICA AVANZADA I

**CICLO LECTIVO:** 2000, 2001 y 2002

### **PROGRAMA DE EXAMEN**

Corresponde al programa presentado en el Anexo II



**FACULTAD DE CIENCIAS  
EXACTAS Y NATURALES**

Uruguay 151 - (6300) Santa Rosa - La Pampa

Tel.: 02954-425166 - 422026 - Fax.: 432535

Email: [fexactas@unlpam.edu.ar](mailto:fexactas@unlpam.edu.ar)

Página Web: <http://www.exactas.unlpam.edu.ar>



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
de LA PAMPA**