

Curso de Posgrado

ANÁLISIS

1 - Programa Analítico:

1.1 Docentes responsables: Dr. David Eduardo Ferreyra, Dr. Alejandro Petrovich

1.2 Fundamentación: El Analisis Funcional es una rama de fundamental importancia en las Ciencias Matemáticas cuyo origen se remonta en los trabajos de varios matemáticos eminentes como D. Hilbert, F. Riesz, S. Banach y A. Kolmogorov; y tienen sus raíces históricas en el estudio de transformaciones tales como la transformada de Fourier y el estudio de las ecuaciones diferenciales e integrales. Una particularidad importante del análisis funcional es su forma abstracta general de considerar problemas del análisis lo que permite investigar de un modo uniforme distintos problemas. Esta importante área de la matemática desempeña un rol fundamental en la formación de matemáticos y de profesionales dedicado al estudio de diferentes disciplinas científicas en donde se utilizan diferentes herramientas vinculadas a la matemática aplicada.

Destinatarios: Estudiantes inscriptos en la Maestría en Matemática -FCEyN-UNLPam, y egresados de carreras universitarias en el área de matemática.

1.3 Objetivos y contenidos del curso: El curso abarca diferentes temas que son heterogéneos donde por un lado se presentan diferentes temas vinculados a la teoría general de operadores lineales en espacios de Hilbert que incluye el estudio de la teoría espectral de operadores sobre estos espacios y por otro lado presentar algunas de sus aplicaciones a la teoría de ecuaciones integrales y diferenciales, como así también el estudio algunos resultados de índole general en la teoría de los espacios de Banach. El objetivo del curso es por un lado que los alumnos asimilen y comprendan los aspectos más relevantes de la teoría de operadores lineales presentados en el curso y sus diferentes aplicaciones; como así también que adquieran las herramientas y conocimientos necesarios que les permita abordar investigaciones futuras.

Unidad 1: Espacios de Hilbert

Definición y Ejemplos. Ortogonalidad y Bases. Subespacios cerrados. Conjuntos convexos y vector minimizante. Proyección ortogonal. El espacio de funciones de cuadrado integrable. Isomorfismos de Espacios de Hilbert. Funcionales lineales. Teorema de Representación de Riesz. Aplicaciones a la teoría de series de Fourier.

Unidad 2: Operadores en Espacios de Hilbert

Operadores acotados en Espacios de Hilbert. Operadores isométricos y unitarios. Operadores autoadjuntos y proyectores. Operadores normales. Subespacios invariantes.

Matriz diagonal infinita. Operadores integrales.

Unidad 3: Teoría espectral para operadores en espacios de Hilbert

Operadores simétricos y operadores compactos. Operadores simétricos con resolvente compacta. El teorema espectral para operadores acotados autoadjuntos y para operadores unitarios. El Teorema de Stone. Problemas de Sturm-Liouville vinculados a las ecuaciones diferenciales.

Unidad 4: Ecuaciones Integrales

Ecuaciones integrales. Núcleos acotados y de cuadrado integrable. Operadores asociados a las ecuaciones integrales. La alternativa de Fredholm. Ecuaciones integrales con núcleo de rango finito y de tipo general. Aplicaciones de la teoría espectral. Teoría de Hilbert-Schmidt.

Unidad 5: Espacios de Banach

Teoremas generales sobre operadores lineales acotados. Espacios localmente convexos. La funcional de Minkowski. El espacio dual y el doble dual. Espacios reflexivos. El dual del espacio de las funciones continuas. El adjunto de un operador. Convergencia débil y topologías débiles. Compacidad débil en espacios normados.

1.4 Modalidad: Presencial

Cupo: 20 participantes

1.5 Metodología de trabajo: El curso está propuesto para dictarse en 8 clases presenciales de 7hs cada una y de carácter teórico/prácticas. Las 8 clases serán distribuidas en dos meses (Junio y Agosto de 2021), a razón de un encuentro de 7hs por semana. En las clases se desarrollarán los conceptos fundamentales mencionados en el programa analítico, en base a demostraciones de resultados, una amplia ejemplificación y en la medida que se pueda mostrando algunas aplicaciones de los mismos. También en cada clase se dedicará un determinado tiempo a la orientación en la resolución de los principales ejercicios de la guía práctica propuesta.

1.6 Carga horaria y asistencia:

- Clases Teórico/Prácticas: 8 encuentros de 7 hs. reloj cada uno. Se prevé una carga horaria de 3 horas semanales no presenciales para que los estudiantes realicen las actividades propuestas: resolución de ejercicios, preparación de trabajos, etc.
- Instancia de Evaluación Final: 4 hs. reloj.
- Carga horaria total: 80 hs. reloj.
- Asistencia: Es requisito que el estudiante asista al menos al 75% de las clases.

Fecha probable de inicio y finalización: Desde el 4 de junio al 13 de agosto de 2021.

1.7 Bibliografía

[1] H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2010.

[2] J. Conway, A Course In Functional Analysis, Springer Verlag, New York, 1985.

[3] J. Muscat, Funtional Analysis. An Introduction to Metric Spaces, Hilbert Spaces, and Banach Algebras, Springer, New York, 2014.

[4] F. Riesz and Sz. Nagy, Functional Analysis, Dover Publications, 1990.

[5] W. Rudin, Análisis Funcional, Editorial Reverte, Barcelona, 2002.

[6] E.M. Stein, R. Shakarchi. Princeton Lectures in Analysis III. Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert spaces. Princeton University Press, 2005.

[7] E.M. Stein, R. Shakarchi. Princeton Lectures in Analysis IV. Functional Analysis: Introduction to further topics in analysis. Princeton University Press, 2011.

[8] A. Taylor, Introduction to Functional Analysis, John Wiley & Sons, 1958.

1.8 Método de evaluación y calificación: Completar satisfactoriamente la actividad práctica que se les propondrá. Realizar una exposición teórica de algún tema complementario que se propondrá como evaluación final.

1.9 Arancel: Estudiantes inscriptos en la Maestría en Matemática: No arancelado. Estudiantes que no se encuentren inscriptos en la Maestría en Matemática: Arancelado. El valor del arancel será determinado por las autoridades de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales en la Resolución correspondiente, que será emitida a principios de 2021.

1.10 Tipo de certificado: Certificado de Aprobación.

2 - Presupuesto: El dinero recaudado será destinado a gastos de traslado y estadía de las docentes a cargo del curso, obtención de materiales de librería (fibrones, tinta, borradores, etc,) y refrigerios que se brindarán durante el dictado del mismo.

3 - Cronograma de actividades:

- Encuentro 1: Unidad 1
- Encuentro 2: Unidad 2
- Encuentro 3: Unidad 2
- Encuentro 4: Unidad 3
- Encuentro 5: Unidad 3
- Encuentro 6: Unidad 4
- Encuentro 7: Unidad 5

- Encuentro 8: Unidad 5
- Encuentro 9: Evaluación final del curso.